

Top

TEST

Left side

Right side

Bottom

las lecciones en pdf están en:



<https://www.physics.umd.edu/rgroups/amo/orozco/results/2023/Results23.htm>

Correlaciones en óptica y en óptica cuántica:

Una serie de lecciones a cerca de
correlaciones y coherencia Junio 2023

Luis A. Orozco

www.jqi.umd.edu

Universidad de Concepción



Lección 6

Lista tentativa de tópicos a tratar:

- De la estadística y el algebra lineal a la densidad espectral de potencia.
- Perspectiva histórica y ejemplos en varias areas de física.
- Funciones de correlación en óptica clásica
- La relación entre correlación y la coherencia.
- Funciones de correlación en óptica cuántica.
- **Electrodinámica cuántica de cavidades.**
- Correlaciones en electrodinámica cuántica de cavidades $g^{(3/2)}$ I.
- Correlaciones en electrodinámica cuántica de cavidades $g^{(2)}$ II.

Electrodinámica cuántica de Cavidades en el visible

Electrodinámica cuántica para peatones. No hay necesidad de renormalizar. Sólo hay un modo del campo electromagnético.

ATOMO(S) + CAVIDAD

Dipolo inducido acoplado al campo electromagnético del modo de la cavidad

Efecto Purcell (1948) cavidad inferior a $\lambda/2$.

Pero hay disipación por la cavidad y la vida media de la polarización inducida.

Régimen perturbativo: acoplamiento $<$ disipación.
Aumento o disminución de la tasa de decaimiento del dipole inducido, cambios en los niveles de energía.

Régimen no perturbativo: acoplamiento $>$ disipación.
División de los niveles por el acoplamiento
(Desdoblamiento del acoplamiento al vacío de Rabi).

Energía debida a la interacción entre un dipolo y un campo eléctrico.

$$H = \vec{d} \cdot \vec{E}$$

El elemento de matriz dipolar entre dos estados está fijado por las propiedades de los estados (parte radial) y los coeficientes de Clebsh-Gordan de la parte angular de la integral. Es unas cuatro veces a_0 (radio de Bohr) por la carga del electrón e entre el estado base S y el primer estado excitado de P en átomos alcalinos.

$$\vec{d} = e \left\langle 5S_{1/2} \left| \vec{r} \right| 5P_{3/2} \right\rangle \quad \text{sólo la superposición radia}$$

El acoplamiento dipolar entre el átomo y el modo de la cavida es:

$$g = \frac{d \cdot E_v}{\hbar}$$

El campo con la energía promedio de un fotón en una cavidad con volumen V_{eff} es:

$$E_v = \sqrt{\frac{\hbar \omega}{2 \epsilon_0 V_{\text{eff}}}}$$

Tasa de decaimiento (La regla de oro de Fermi)

$$\gamma_{rad} \approx \frac{2\pi}{\hbar} \rho(k) \langle H_{int} \rangle^2$$

Densidad del espacio de fase



Interacción

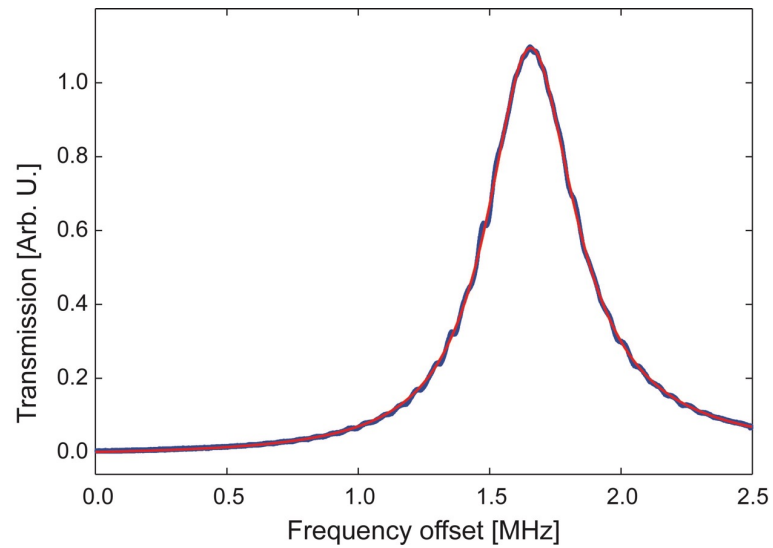
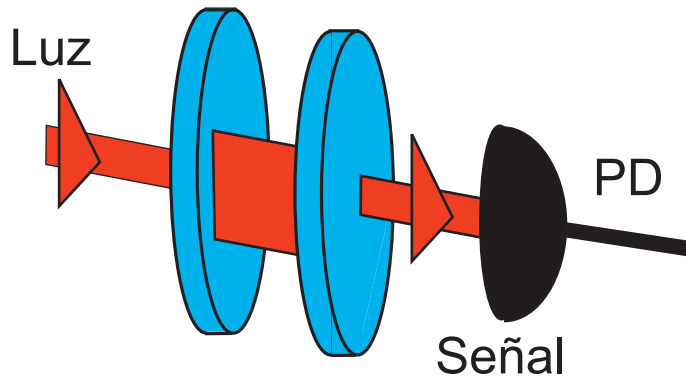


Tasa de decaimiento
atómico en espacio libre.
(Regla de oro de Fermi)

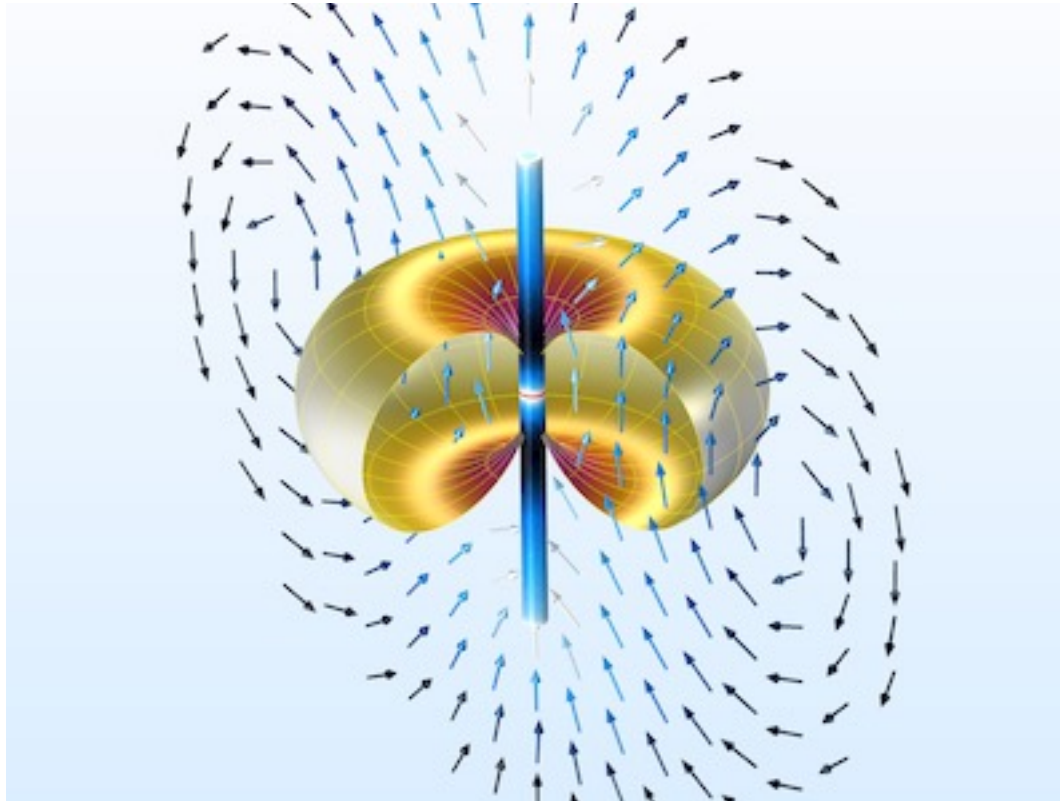
$$\gamma_0 = \frac{\omega_0^3 d^2}{\pi \epsilon_0 \hbar c^3}$$

Donde d es el momento dipolar

Cavidad Vacía (Fabry Perot)



Dipolo inducido emitiendo



Hamiltoniano para N átomos

$$\hat{H} = \hat{H}_1 + \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_3 + \hat{H}_4 + \hat{H}_5 ,$$

$$\hat{H}_1 = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \hbar\omega_a \sum_{j=1}^N \hat{\sigma}_j^z , \quad \begin{array}{l} \text{Átomos libres} \\ \text{Campo libre} \end{array}$$

J.C $\hat{H}_2 = i\hbar \sum_{j=1}^N g_j \left(\hat{a}^\dagger \hat{\sigma}_j^- e^{-i\vec{k}\cdot\vec{r}_j} - \hat{a} \hat{\sigma}_j^+ e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}_j} \right)$ Interacción

$$\hat{H}_3 = \sum_{j=1}^N \left(\hat{\Gamma}_A \hat{\sigma}_j^+ + \hat{\Gamma}_A^\dagger \hat{\sigma}_j^- \right) , \text{ Decoherencia atómica}$$

$$\hat{H}_4 = \hat{\Gamma}_F \hat{a}^\dagger + \hat{\Gamma}_F^\dagger \hat{a} , \text{ Decoherencia del modo de la cavidad}$$

$$\hat{H}_5 = i\hbar \left(\hat{a}^\dagger \mathcal{E} e^{-i\omega t} - \hat{a} \mathcal{E}^* e^{i\omega t} \right) . \text{ Forzamiento}$$

Si hay una excitación entre N átomos no sabemos cual es por lo que el estado es:

$$\begin{aligned} \Psi = & \frac{1}{\sqrt{N}} [\{\psi(e_1, g_2, \dots, g_N)\} \\ & + \dots \{\psi(e_1, g_2, \dots, g_N)\} \\ & + \dots \{\psi(g_1, \dots, e_i, \dots, g_N)\} \dots \\ & + \{\psi(g_1, g_2, \dots, e_N)\}] \end{aligned}$$

Matriz de densidad

em excitación

acoplamiento

$$\dot{\rho} = \mathcal{L}[\hat{a}^\dagger - \hat{a}, \rho] + g[\hat{a}^\dagger \hat{J}_- - \hat{a} \hat{J}_+, \rho]$$

$$+ \kappa(2\hat{a}\rho\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\rho - \rho\hat{a}^\dagger\hat{a}) \text{ Decaimiento de la cavidad}$$

$$+ (\gamma/2) \sum_{j=1}^N (2\hat{\sigma}_-^j \rho \hat{\sigma}_+^j - \hat{\sigma}_+^j \hat{\sigma}_-^j \rho - \rho \hat{\sigma}_+^j \hat{\sigma}_-^j),$$

Decaimiento atómico

Ecuaciones asumiendo decorrelación:

Radiation field:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \hat{a} \rangle = -\kappa(1 + i\theta) \langle \hat{a} \rangle + \sum_{j=1}^N g_j \langle \hat{\sigma}_j^- \rangle + \mathcal{E},$$

Atomic polarization:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \hat{\sigma}_j^- \rangle = -\gamma_{\perp}(1 + i\Delta) \langle \hat{\sigma}_j^- \rangle + g_j \langle \hat{a} \rangle \langle \hat{\sigma}_j^z \rangle,$$

Atomic inversion:

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle \hat{\sigma}_j^z \rangle = -\gamma_{\parallel} \left(\langle \hat{\sigma}_j^z \rangle + 1 \right) - 2g_j \left(\langle \hat{a} \rangle \langle \hat{\sigma}_j^+ \rangle + \langle \hat{a}^{\dagger} \rangle \langle \hat{\sigma}_j^- \rangle \right).$$

The cavity and atomic detunings θ and Δ are defined as

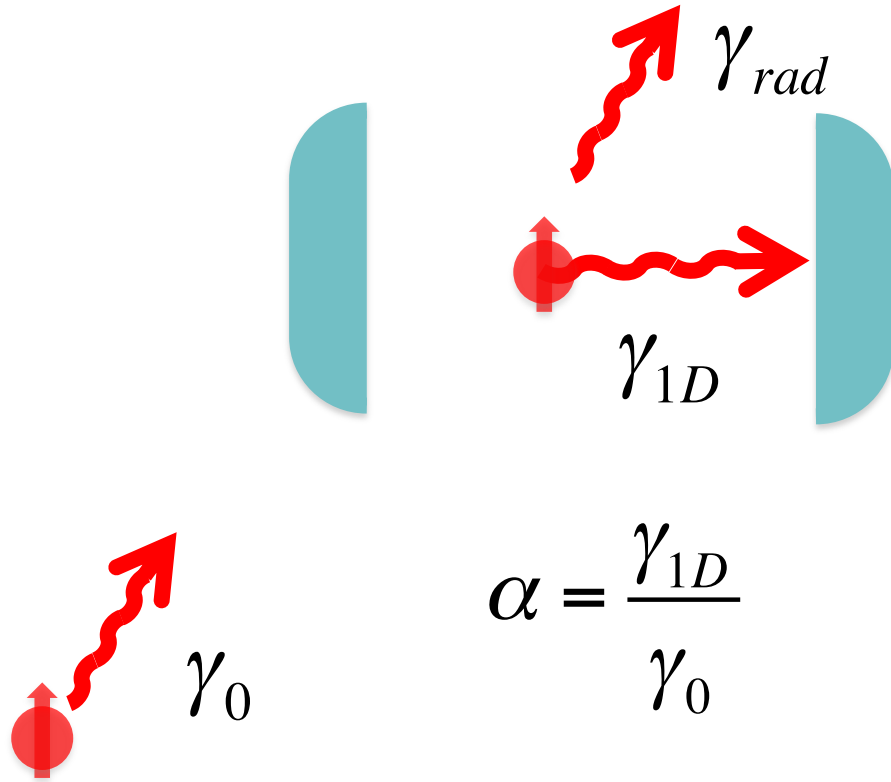
$$\theta = \frac{\omega_c - \omega_l}{\kappa} \quad \text{and} \quad \Delta = \frac{\omega_a - \omega_l}{\gamma_{\perp}}.$$

Una primera introducción a la Cooperatividad

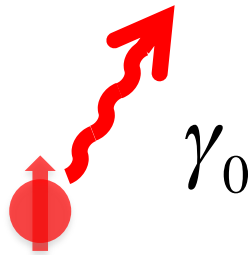
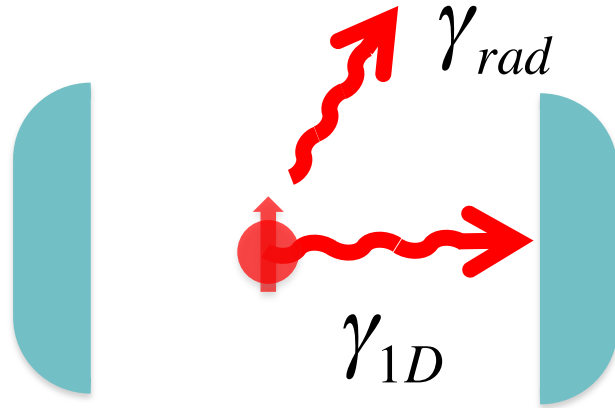
- Tasa de decaimiento atómico γ
- Tasa de decaimiento de la cavidad κ
- Tasa de acoplamiento átomo-cavidad g
- Numero de átomos N

$$C_1 = \frac{g^2}{\kappa\gamma} \quad C = NC_1$$

Mejora del acoplamiento

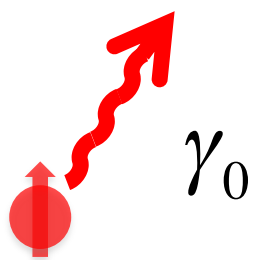
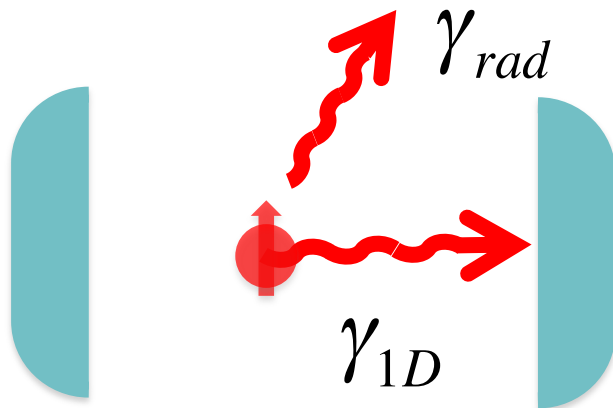


Eficiencia de acoplamiento



$$\beta = \frac{\gamma_{1D}}{\gamma_{Tot}} \quad ; \quad \gamma_{Tot} = \gamma_{1D} + \gamma_{rad}$$

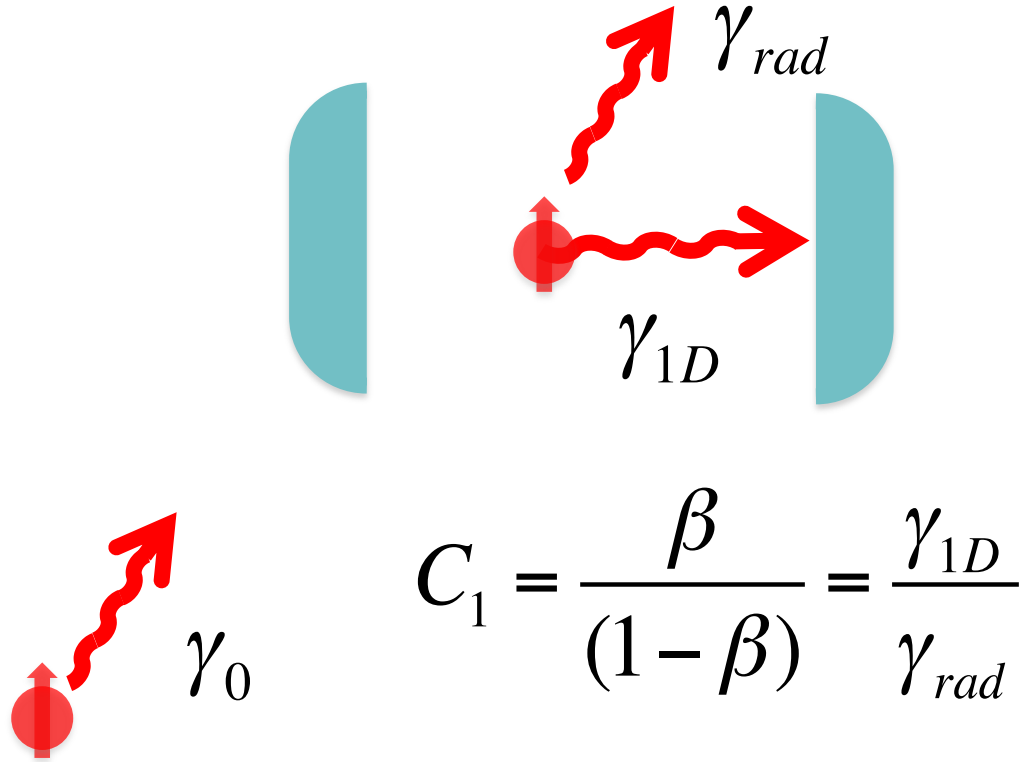
Factor de Purcell



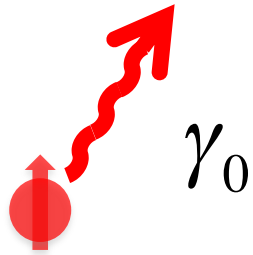
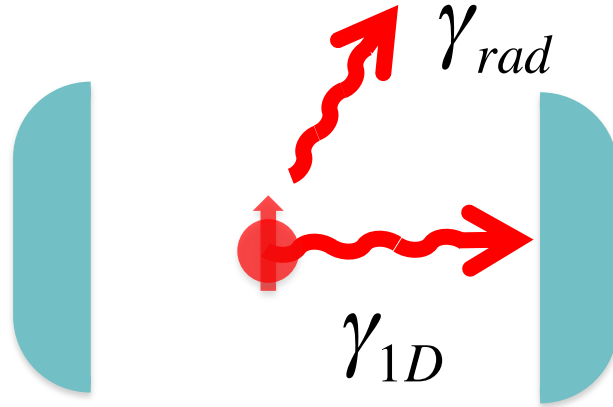
$$F_P = \frac{\gamma_{tot}}{\gamma_0} = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\gamma_{Tot} = \gamma_{1D} + \gamma_{rad}$$

Cooperatividad

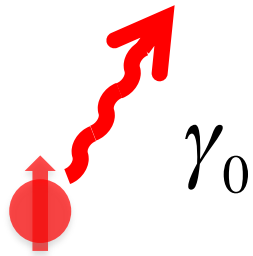
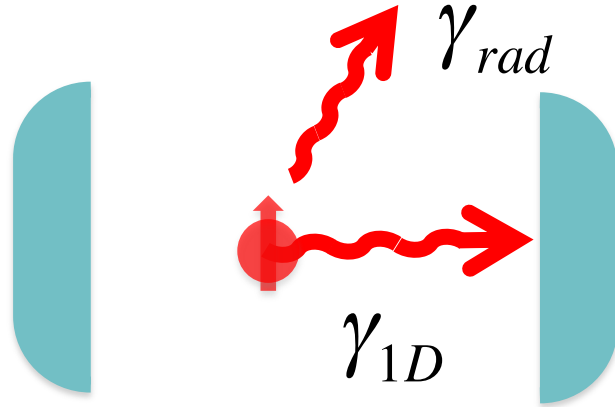


Cooperatividad



$$C_1 = \frac{g^2}{K\gamma_0}$$

Cooperativity



$$C_1 = \frac{\sigma_0}{Area_{mode}} \frac{1}{T}$$

Campo de entrada y salida adimensional
normalizado a
la intensidad de saturación I_s y el coeficiente
de transmisión T del espejo de salida

$$y = \frac{E_I}{\sqrt{I_s}}; \text{ and } x = \frac{E_T}{\sqrt{TI_s}}:$$

Intensidad de saturación:
Un fotón cada dos vidas sobre la sección
eficaz del átomo (resonante)

$$I_s = \frac{\hbar\omega_0}{2\tau_0\sigma_0} = \frac{\pi}{3} \frac{\gamma_0\hbar\omega_0}{\lambda_0^2}$$

Si $I=I_0$ la tasa de emisión estimulada es igual a la tasa de emisión espontánea (Frecuencia Rabi Ω) y la población en el estado excitado es 1/4.

$$\Omega = \frac{\vec{d} \cdot \vec{E}}{\hbar} = \gamma \sqrt{\frac{I}{I_s}}$$

$$\text{Excited Population} = \frac{1}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s}$$

Baja intensidad $x \ll 1$: sin inversión,
resonante $\Delta=0$ y $\Theta=0$ débilmente forzado.

Dos osciladores acoplados

$$\dot{x} = \kappa(-x + 2Cp + y)$$

$$\dot{p} = \gamma(-p - x)$$

Steady state

$$y = x - 2Cp$$

$$p = -x$$

$$y = x(1 + 2C)$$

$$\kappa \gg \gamma \quad \dot{p} = -\gamma(1 + 2C)p - \gamma y$$

$$\gamma \gg \kappa \quad \dot{x} = -\kappa(1 + 2C)x + \kappa y$$

Dos
osciladores
acoplados

emission incrementada

Estado estacionario con desenchaje a todas las intensidades:

$$y = x \left(1 + \frac{2C}{1 + \Delta^2 + |x|^2} \right) + ix \left(\theta - \frac{2C\Delta}{1 + \Delta^2 + |x|^2} \right)$$

En resonancia:

$$y = x \left[1 + \frac{2C}{1 + x^2} \right]$$

Límite de dispersión cuando $\Theta=0$ y $\Delta \gg 1$:

$$y = -ix \frac{2C\Delta}{1 + \Delta^2 + |x|^2}$$

¿Qué esperamos de la resonancia para los campos normalizados (x,y) y las intensidades normalizadas X,Y)?

Para baja intensidad, la entrada y la salida están linealmente relacionadas,

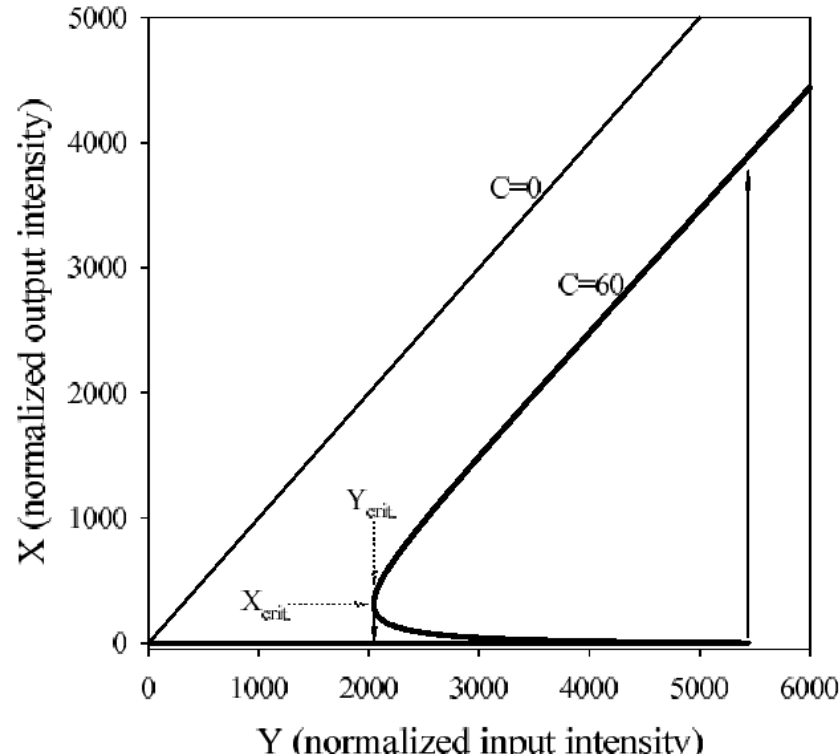
$$y = x (1+2C) ; Y=X(1+2C)^2$$

Para una intensidad muy alta,

$$y = x ; Y=X +4C$$

A intensidad intermedia, puede haber saturación, existe la posibilidad de una transición de fase. Sucede en este modelo simple para el caso de $C > 4$. C (cooperatividad) es el negativo del parámetro de bomba láser. Es la relación entre las pérdidas atómicas y las pérdidas de cavidad o también se puede leer como la relación entre el acoplamiento bueno (g) y el acoplamiento malo (κ, γ).

La respuesta input-output del sistema átomos-cavidad para dos cooperatividades diferentes $C=0$ es sin átomos, $C=60$ tiene muchos átomos, con un accionamiento que puede saturarlos y recuperamos la relación lineal con la pendiente unitaria entre Y y X . La histéresis es claramente visible.



Dos osciladores acoplados

Modo de cavidad y polarización atómica

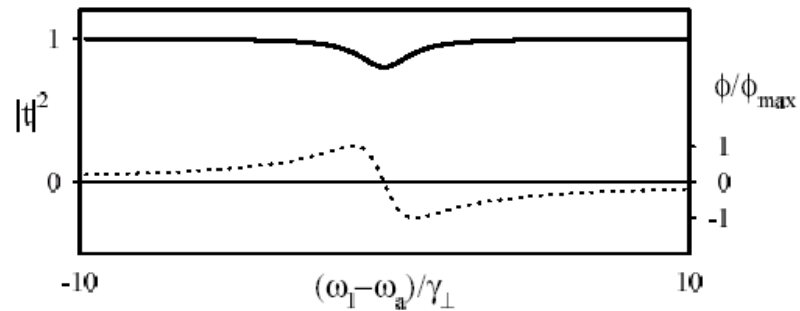
$$\frac{x}{y} = \frac{A}{i\Omega - \Omega_1} + \frac{B}{i\Omega - \Omega_2}, \quad A = \kappa \frac{\gamma_{\perp} + \Omega_1}{\Omega_1 - \Omega_2},$$
$$B = \kappa \frac{\gamma_{\perp} + \Omega_2}{\Omega_2 - \Omega_1},$$

$$\Omega_{1,2} = -\frac{\kappa + \gamma_{\perp}}{2} \pm i \sqrt{-\left(\frac{\kappa - \gamma_{\perp}}{2}\right)^2 + \frac{\Omega_{V.R.}^2}{1 + \gamma_{\perp}^2 |x|^2 / (\gamma_{\perp}^2 + \Omega^2)}}.$$

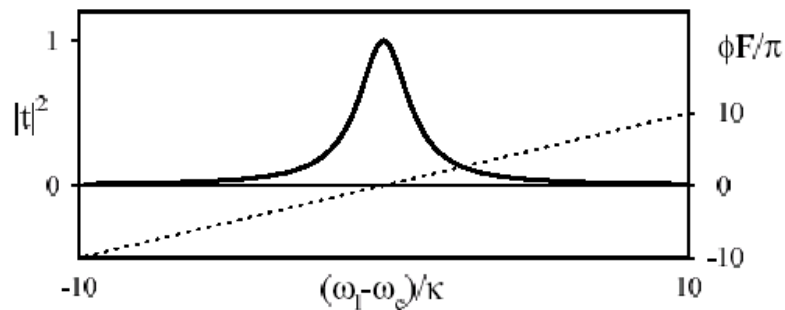
Decaimiento al promedio de los
decaimientos

Cambio de resonancia debido a
diferentes tasas de decaimiento

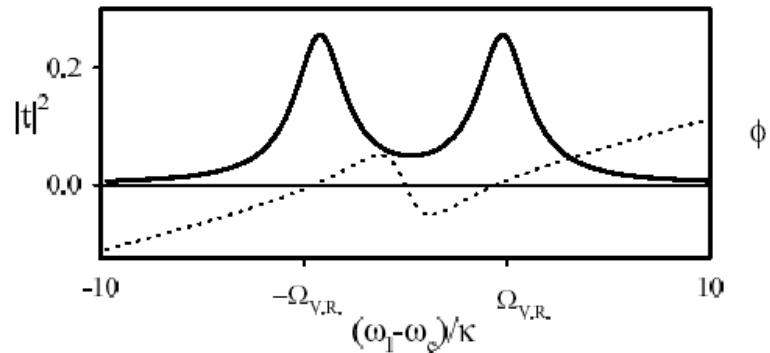
Absorción atómica



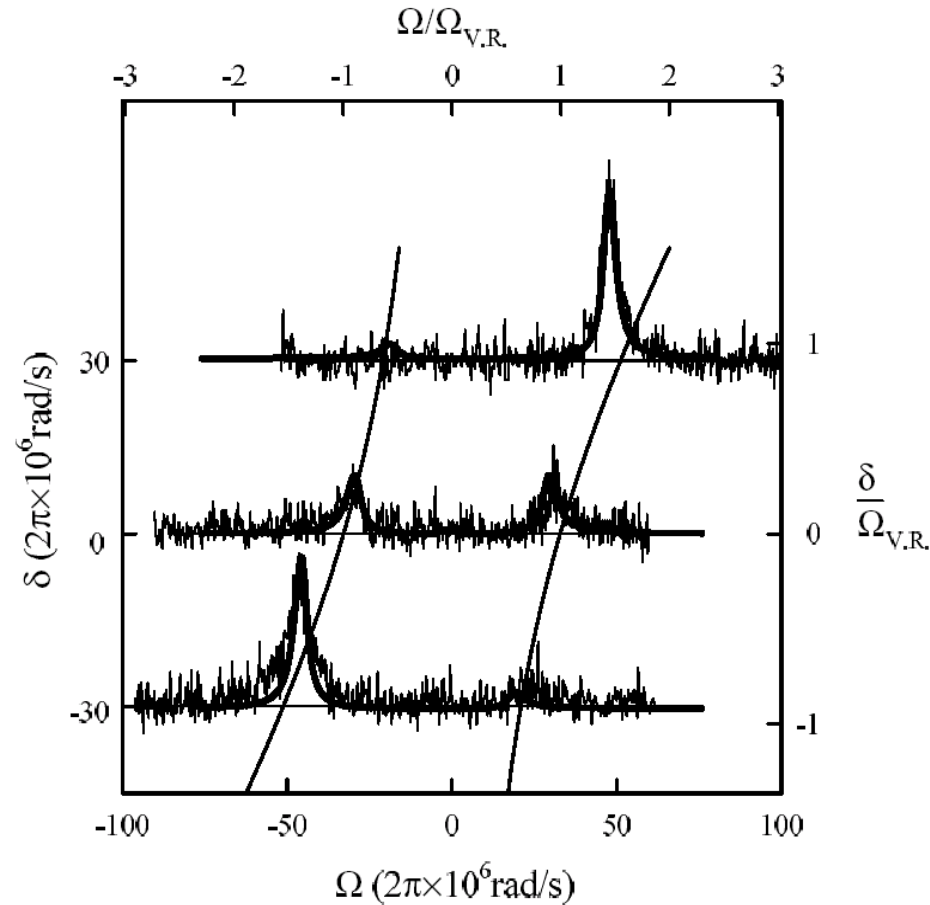
Fabry Perot



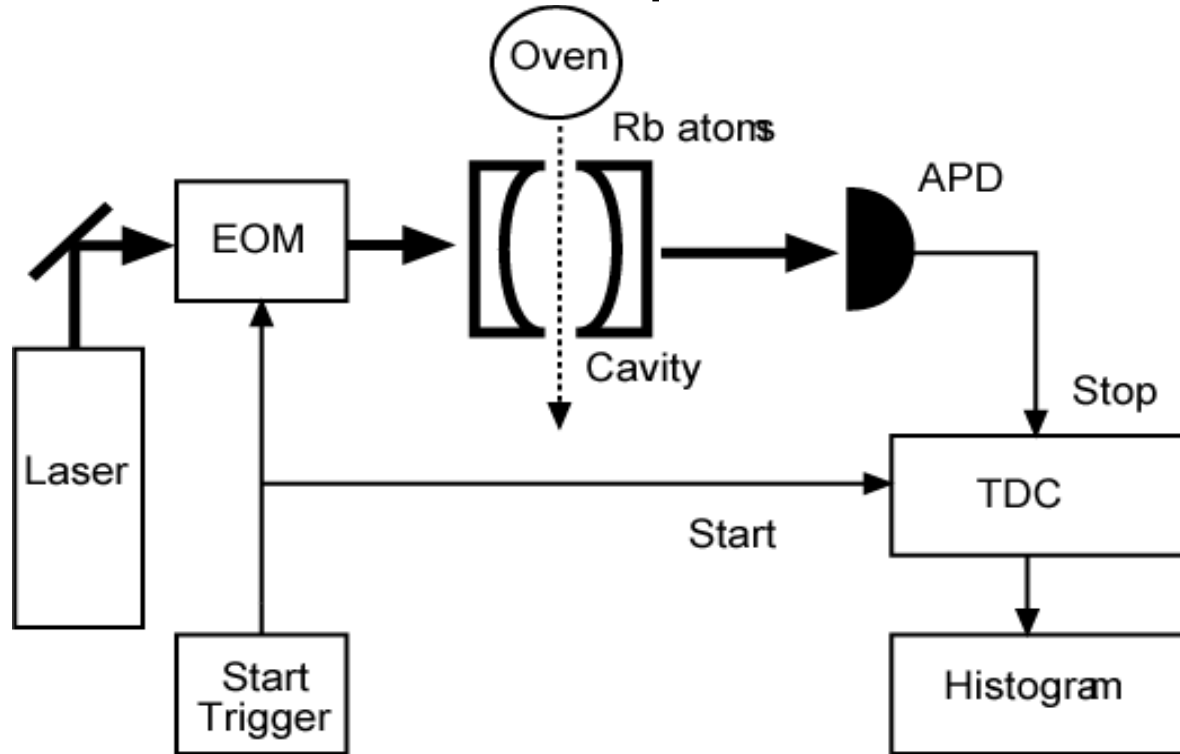
Modos acoplados



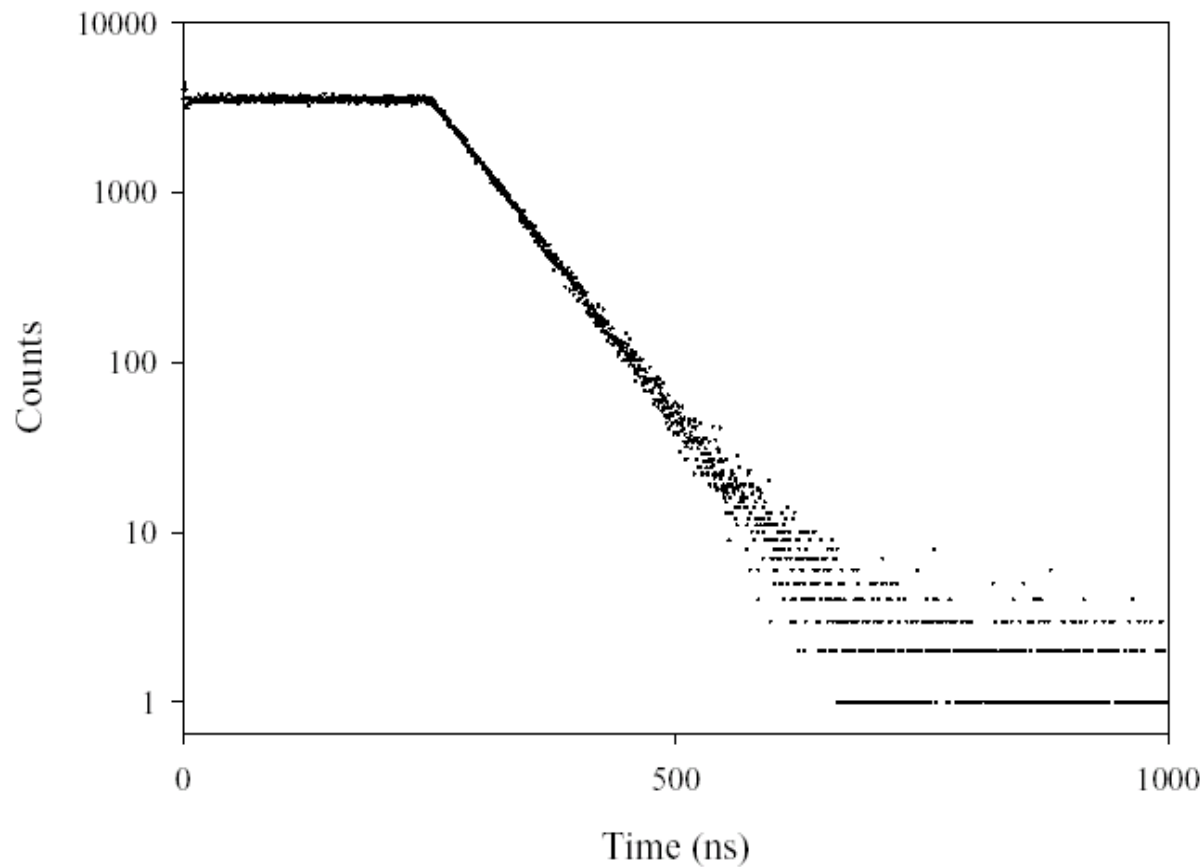
Espectro de transmisión a baja intensidad para diferentes desintonizaciones atómicas.



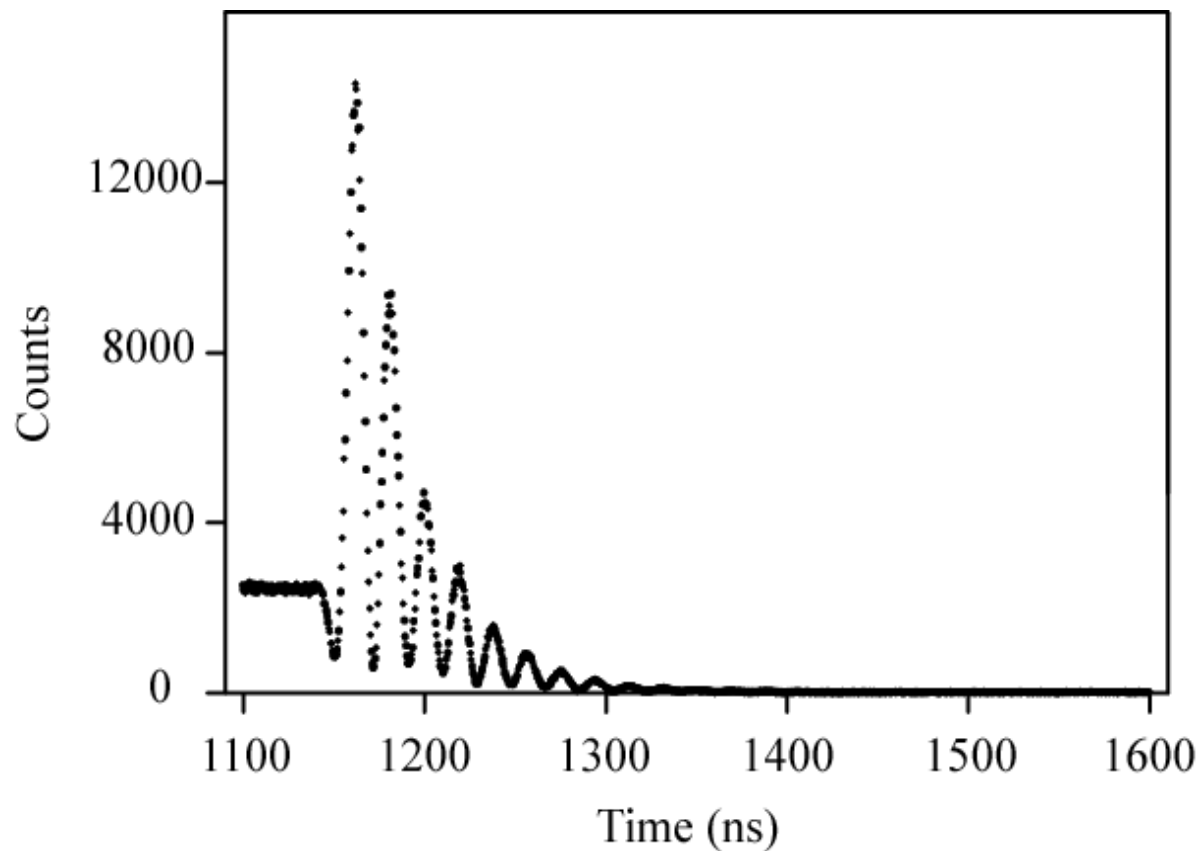
Estudiar la dinámica del sistema proporcionando una función de paso.



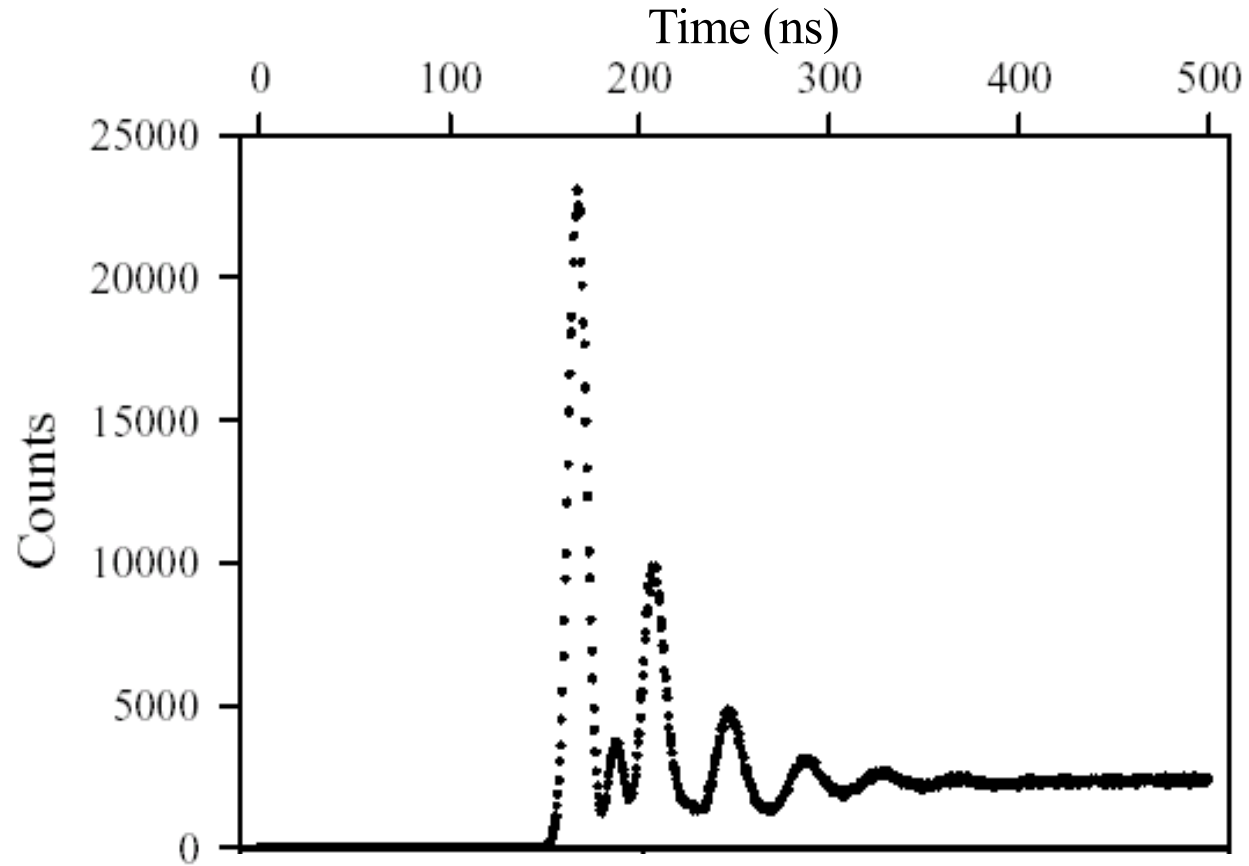
Decaimiento del campo de la cavidad con escalón de bajada

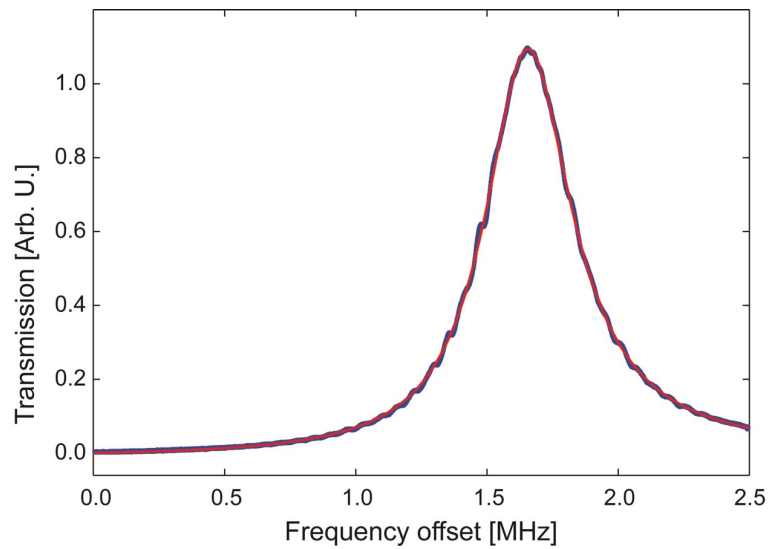
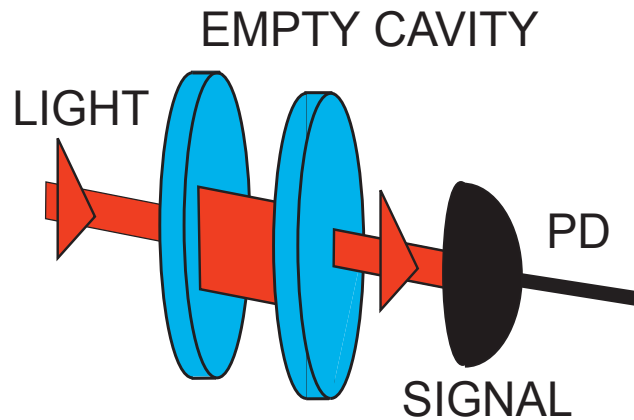


Respuesta a escalón en la excitación

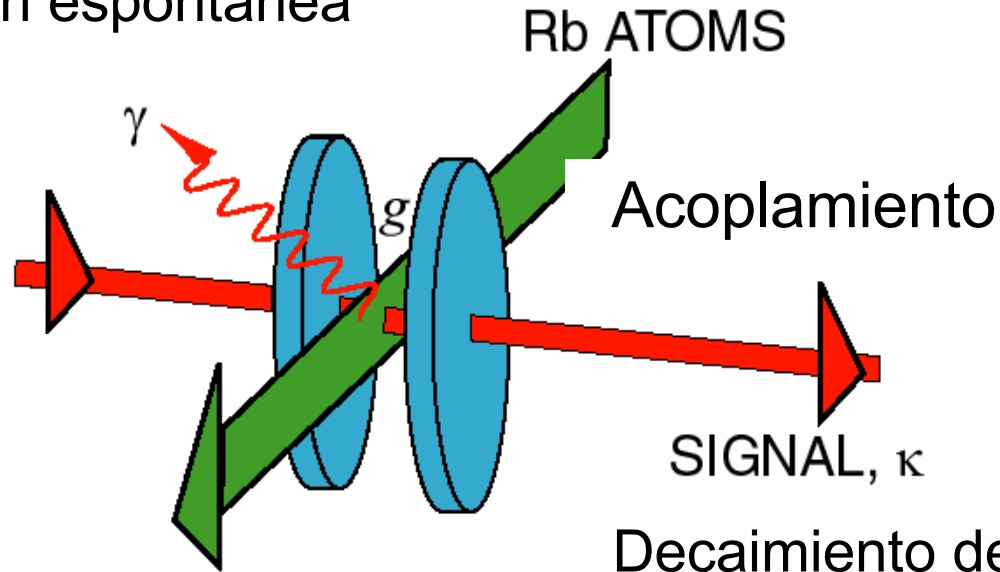


Respuesta para escalón de subida en la excitación





Emisión espontánea



Rb ATOMS

Acoplamiento

SIGNAL, κ

Decaimiento de la cavidad

Cooperatividad
para un átomo: C_1

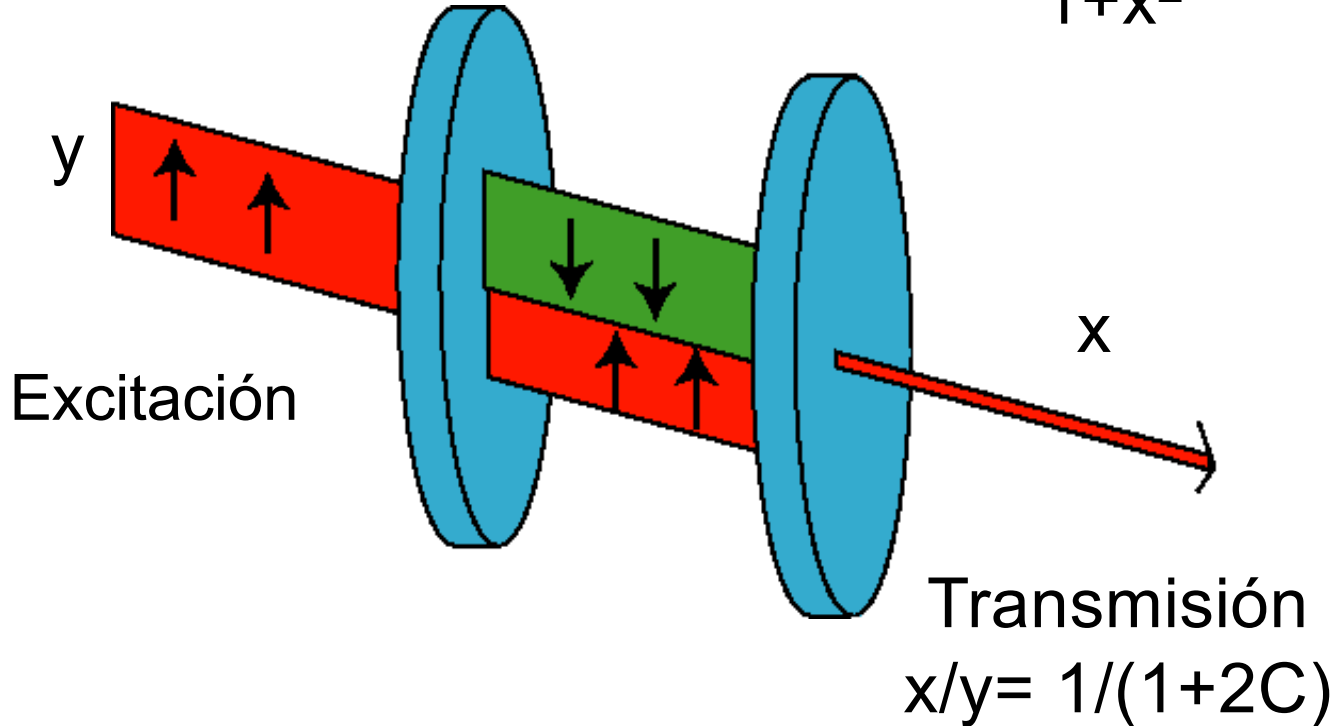
$$C_1 = \frac{g^2}{\kappa\gamma} \quad C = C_1 N$$

Cooperatividad
para N Átomos: C

$$g \approx \kappa \approx \gamma$$

Estado de equilibrio

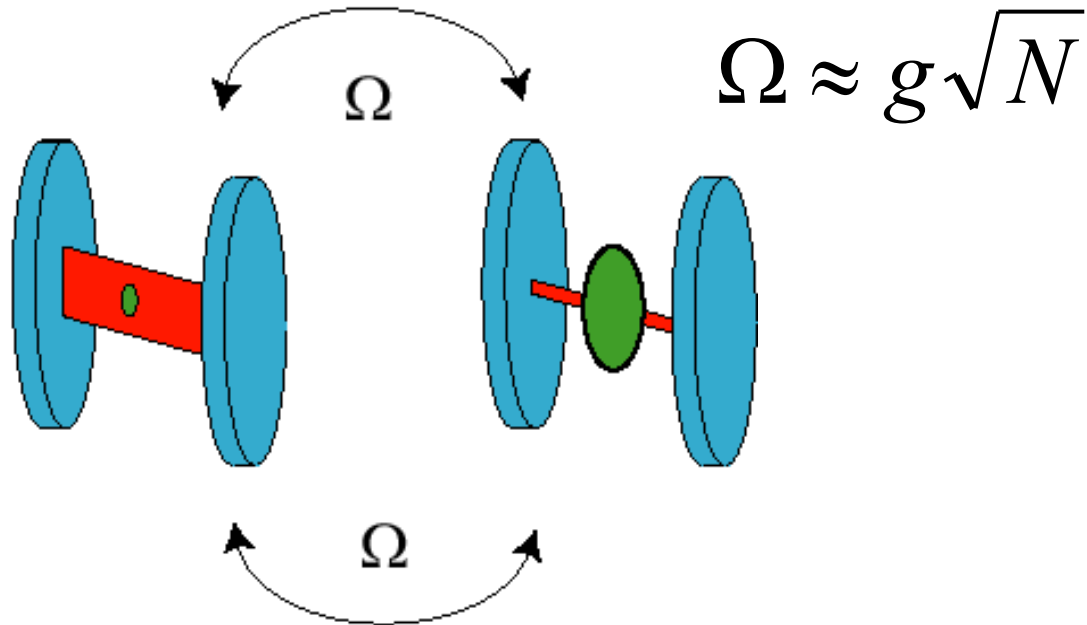
Polarización atómica: $\frac{-2Cx}{1+x^2}$



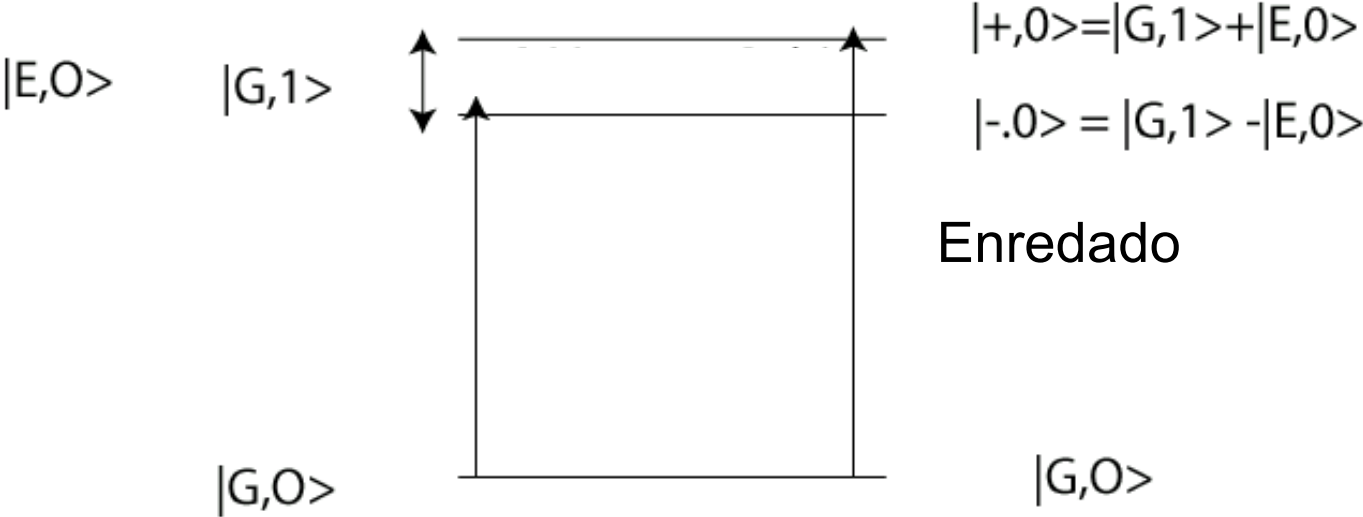
Dinámica del modelo Jaynes Cummings

Oscilaciones de Rabi

Intercambio de excitación por N Átomos:



2g desdoblamiento debido a la frecuencia de Rabi del vacío

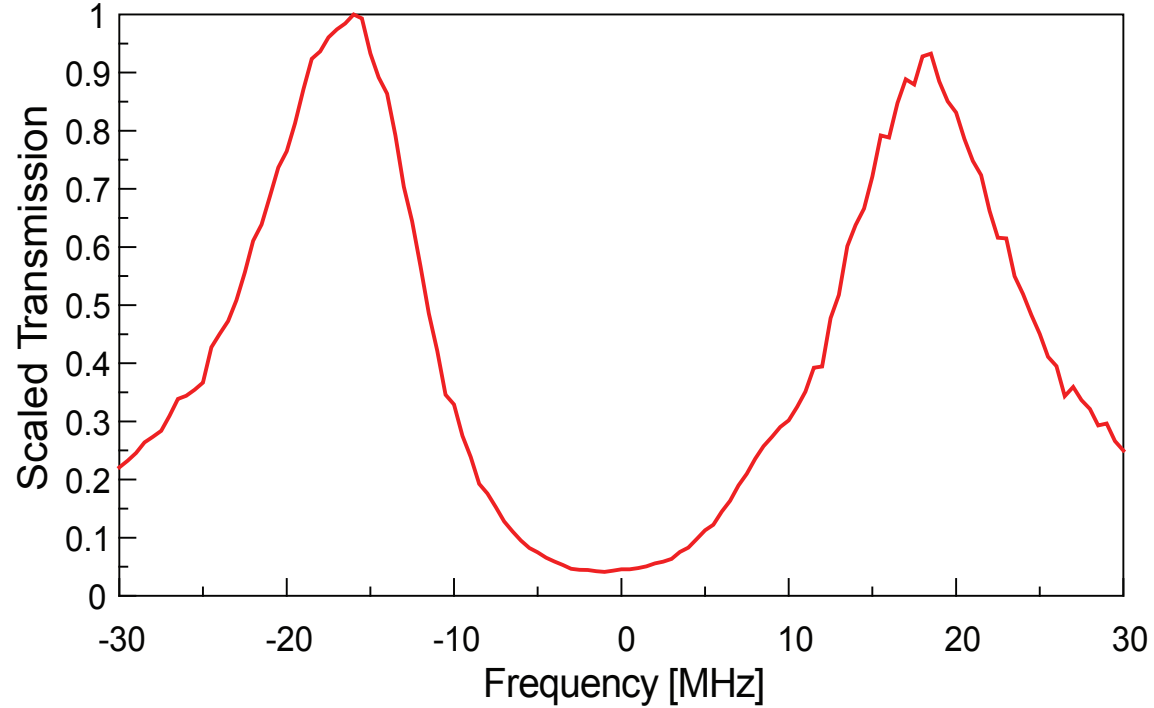


Enredado

No acoplado

Dos modos normales

Doblete de transmisión diferente de la resonancia de Fabry Perot



Evolución condicional del estado

Expansion en número de excitaciones

$$|\Psi_{ss}\rangle = |0, g\rangle + \lambda|1, g\rangle - \frac{2g}{\gamma} \lambda|0, e\rangle + \frac{\lambda^2 pq}{\sqrt{2}}|2, g\rangle - \frac{2g\lambda^2 q}{\gamma}|1, e\rangle$$

$$\lambda = \langle \hat{a} \rangle, \quad p = p(g, \kappa, \gamma) \text{ and } q = q(g, \kappa, \gamma)$$

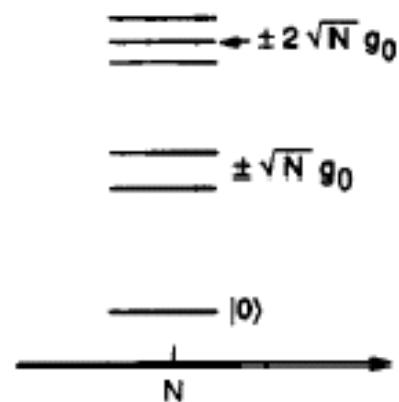
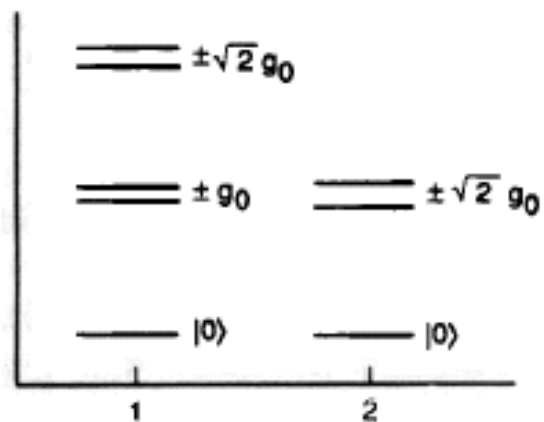
$$\hat{a}|\Psi_{ss}\rangle \Rightarrow \left| \Psi_{\text{conditioned}} \right\rangle = |0, g\rangle + \lambda pq|1, g\rangle - \frac{2g\lambda q}{\gamma}|0, e\rangle$$

↗
↖
Campo polarización atómica

Number of Excitations, n

$$\text{====} \pm \sqrt{n+1} g_0$$

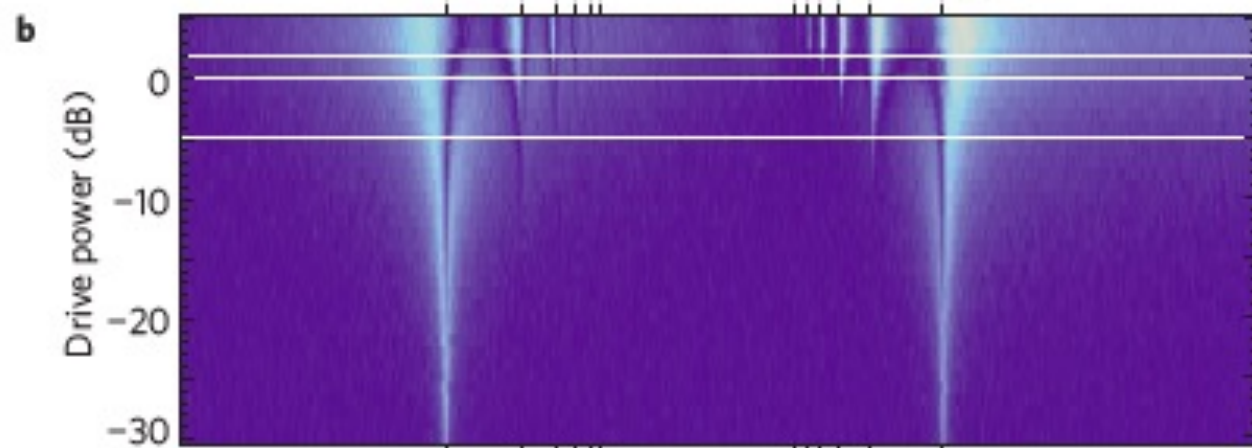
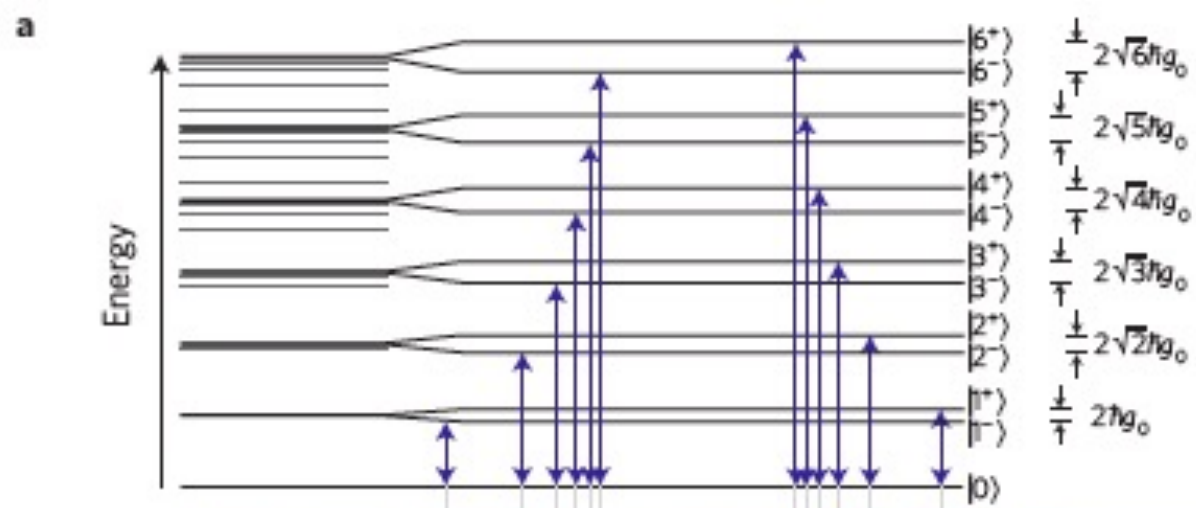
$$\text{====} \pm \sqrt{n} g_0$$



Number of Atoms, N

Nonlinear response of the vacuum Rabi resonance

Lev S. Bishop¹, J. M. Chow¹, Jens Koch¹, A. A. Houck¹, M. H. Devoret¹, E. Thuneberg², S. M. Girvin¹
and R. J. Schoelkopf¹*



Gracias